Paragraaf 2.3 overstapkatern 1 vmbo-T/havo > 2 havo

Lees de tekst goed door!
Maak daarna de sommen.

De antwoorden kun je vinden op de laatste bladzijde van dit setje.

Succes!

2.3 Machten

0 29 Wouter vindt bij het opruimen van zijn kamer een oud proefwerkblaadje. Hij scheurt het blaadje eerst doormidden.
Dan legt hij de twee stukken op elkaar en scheurt voor de tweede keer. De stukken die hij gekregen heeft, legt hij weer op elkaar om ze opnieuw doormidden te scheuren. Hij gaat hiermee door.

a Het lukt Wouter om in totaal zes keer te scheuren. Hoeveel snippers heeft Wouter dan?

b Stel je voor dat je een dubbele pagina van een krant op de manier van Wouter steeds doormidden gaat scheuren.
Hoeveel keer schat je dat dat zal lukken?

c Neem een dubbele pagina van een krant en ga na of je schatting van vraag b klopt.

d Verzamel de resultaten van je klas. Wie heeft het record?

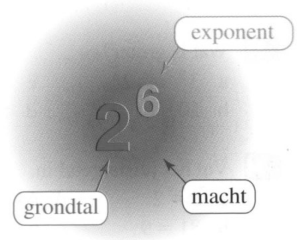
Theorie A

Door een pagina van de krant almaar doormidden te scheuren heb je

- na 1 keer scheuren 2 stukken
- na 2 keer scheuren $2 \cdot 2$ stukken
- na 3 keer scheuren $2 \cdot 2 \cdot 2$ stukken
- na 6 keer scheuren $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ stukken.

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ is een **product** van zes gelijke **factoren**.
Zo'n product schrijven we korter.

$\boxed{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6}$



2^6 spreek je uit als *twee-tot-de-zesde*.
2^6 heet een **macht**.
In de macht 2^6 heet 2 het **grondtal** en 6 de **exponent**.
2^6 is de zesde macht van 2.

Zo is 3^5 de vijfde macht van 3.
$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$.
En $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

De tweede macht van 5 is $5^2 = 25$.
Je weet al dat we 5^2 meestal uitspreken als *5 kwadraat*.

Machten

Een macht is een product van gelijke factoren.

Voorbeeld

Bereken 4^3 5^4 10^6

Uitwerking

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

$10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000$

Afspraak

Maak de opgaven in deze paragraaf zonder rekenmachine. Het werken met de rekenmachine komt in de volgende paragraaf aan bod.

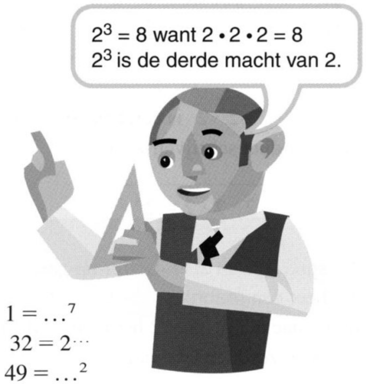
30 Vul in
- a $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = \ldots$
- b 7^3 spreek je uit als …
- c In 7^3 is … het grondtal en … de exponent.

31 Bereken. Schrijf geen tussenstappen op.
- a 2^5 c 5^3 e 10^5 g 1^7 i 1^{1999}
- b 6^3 d 8^3 f 2^6 h 0^8 j 0^{2000}

32
- a Van een macht is het grondtal 5 en de exponent 4. Bereken die macht.
- b Bereken de vierde macht van 2.
- c Bereken de derde macht van 10.

33 Wat is groter?
- a 3^2 of 2^3 c 2^4 of 4^2
- b 10^2 of 2^{10} d 5^1 of 1^5

34 Vul het juiste getal in.
- a $8 = 2^{\cdots}$ d $64 = 4^{\cdots}$ g $1000 = 10^{\cdots}$ j $1 = \ldots^7$
- b $81 = 9^{\cdots}$ e $64 = \ldots^6$ h $27 = 3^{\cdots}$ k $32 = 2^{\cdots}$
- c $125 = \ldots^3$ f $64 = \ldots^2$ i $169 = \ldots^2$ l $49 = \ldots^2$



Theorie B

Het berekenen van machten heet **machtsverheffen**. In een berekening gaat machtsverheffen voor vermenigvuldigen en delen.

$5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$ *Eerst machtsverheffen, dan vermenigvuldigen.*

$(5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$ *Staat er iets tussen haakjes, dan moet je dat eerst berekenen.*

Volgorde bij berekeningen

1. Bereken wat binnen de haakjes staat.
2. Machtsverheffen.
3. Vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
4. Optellen en aftrekken van links naar rechts.

Voorbeeld

a Bereken $-40 + 3 \cdot 2^4$. b Bereken $17 + (7-5)^3 : 2$.

Uitwerking

a
$-40 + 3 \cdot 2^4 =$
$-40 + 3 \cdot 16 =$
$-40 + 48 = 8$

b
$17 + (7-5)^3 : 2 =$
$17 + 2^3 : 2 =$
$17 + 8 : 2 =$
$17 + 4 = 21$

35 Bereken.
- a $2^3 \cdot 5$ d $(5-2)^4 + 2$ g $2^5 - 5^2$ j $6^2 : 3^2$
- b $2 \cdot 5^3$ e $(3 \cdot 4)^2 - 8$ h $(2^3 + 3)^2$ k $5 \cdot (3-2)^3$
- c $2^3 - 5^3$ f $3 \cdot 7^2 - 8$ i $12 - 6^2$ l $5 - 3 \cdot 2^3$

O36
- a Bereken $-2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2$ en $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.
- b Welk getal is de vierde macht van -2?

Theorie C

Let goed op het onderscheid tussen $(-3)^4$ en -3^4.

$(-3)^4 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = 81$ *vier mintekens, dus positief*

$(-3)^4$ is de vierde macht van -3.

$-3^4 = -1 \cdot 3^4 = -1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = -1 \cdot 81 = -81$

Je ziet dat je bij -3^4 eerst de vierde macht van 3 moet berekenen, de min blijft gewoon staan.

$-3^4 =$
$-1 \cdot 3^4 =$
$-1 \cdot 81 = -81$

Bij $(-3)^5$ en -3^5 krijg je dezelfde uitkomsten. Kijk maar.

$(-3)^5 = -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = -243$ *vijf mintekens, dus negatief*

$-3^5 = -1 \cdot 3^5 = -1 \cdot 243 = -243$ *één minteken, dus negatief*

Machten en mintekens

De vierde macht van -2 is $(-2)^4 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = 16$.
Maar $-2^4 = -16$. Hier moet je eerst 2^4 berekenen.
De derde macht van -2 is $(-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$.
En ook $-2^3 = -8$.

Voorbeeld

Bereken.

a $(-2)^6$ b -2^6 c $(-1)^5$ d $-2^4 - 3 \cdot (-1)^4$

Uitwerking

a $(-2)^6 = 64$ $\quad$ $(-2)^6 = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2$

b $-2^6 = -64$ $\quad$ $-2^6 = -1 \cdot 2^6 = -1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

c $(-1)^5 = -1$ $\quad$ $(-1)^5 = -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot -1$

d $-2^4 - 3 \cdot (-1)^4 =$

$-16 - 3 \cdot 1 =$

$-16 - 3 = -19$

37 Bereken.

a 2^4 d 5^2 g 3^3 j 1^8

b $(-2)^4$ e $(-5)^2$ h $(-3)^3$ k $(-1)^8$

c -2^4 f -5^2 i -3^3 l -1^8

38 a Hieronder staan acht machten die je *niet* mag uitrekenen. Schrijf toch van elke macht op of de uitkomst positief of negatief is.

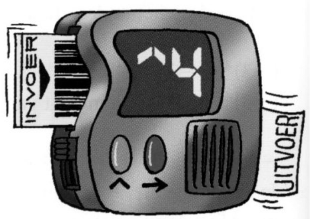
$(-4)^6$ $\quad$ $(-0{,}3)^9$ $\quad$ $(-11)^{19}$ $\quad$ 7^{10}

$(-5)^7$ $\quad$ $(-1)^{10}$ $\quad$ $(-1{,}5)^{12}$ $\quad$ $(-12)^{15}$

b Schrijf de regel op die je bij vraag a gebruikt hebt. Als je zeker weet dat de regel goed is, kleur je hem met een markeerstift.

c Waarom geldt deze regel niet voor -7^4?

39 In deze opgave werk je met het machientje $\boxed{\text{vierde macht}}$.
Dit machientje berekent van elk getal dat je invoert de vierde macht.
Dus is de invoer 5, dan is de uitvoer $5^4 = 625$.



a Marieke voert het getal -4 in.
Wat is de uitvoer?

b Wat is de uitvoer bij invoer 4?

c Reinier voert een getal in. Hij krijgt als uitvoer 16.
Welk getal kan Reinier hebben ingevoerd?

d Tanja beweert dat bij haar de uitvoer -16 was.
Waarom kan dat niet waar zijn?

40 Bereken telkens de uitvoer.

a 2 $\boxed{\text{vierde macht}}$ … $\boxed{+5}$ uitvoer

b -2 $\boxed{+5}$ … $\boxed{\text{vierde macht}}$ uitvoer

c -2 $\boxed{\text{derde macht}}$ … $\boxed{-3}$ uitvoer

d -2 $\boxed{\text{vierde macht}}$ … $\boxed{\times 4}$ uitvoer

O 41 Gegeven is de formule $y = 2x^4$.
Bij $x = 3$ hoort $y = 2 \cdot 3^4 = 2 \cdot 81 = 162$.
Bij $x = -2$ hoort $y = 2 \cdot (-2)^4 = 2 \cdot 16 = 32$.

denk aan de haakjes bij $(-2)^4$ want de vierde macht van -2 is $(-2)^4$.

Bereken y voor

a $x = 2$

b $x = -1$

c $x = 0$

Theorie D

Bij de formule $y = 4x^3$ kun je voor $x = 2$ de bijbehorende y berekenen.
Je krijgt $y = 4 \cdot 2^3 = 4 \cdot 8 = 32$.
En bij $x = -4$ krijg je $y = 4 \cdot (-4)^3 = 4 \cdot -64 = -256$.

haakjes bij $(-4)^3$

Voorbeeld

Gegeven is de formule $y = -3x^4 + 5$.
Bereken y voor

a $x = 2$ b $x = -1$

Uitwerking

a $x = 2$ geeft
$y = -3 \cdot 2^4 + 5$
$= -3 \cdot 16 + 5$
$= -48 + 5 = -43$

b $x = -1$ geeft
$y = -3 \cdot (-1)^4 + 5$
$= -3 \cdot 1 + 5$
$= -3 + 5 = 2$

42 Gegeven is de formule $y = -4x^3 + 10$.
Bereken y voor

a $x = 2$ b $x = -1$ c $x = 0$

A 43 Gegeven is de formule $y = 0{,}5x^4 - 6$.
Bereken y voor

a $x = -2$ b $x = 1$ c $x = -1$

Antwoorden

29 a

aantal keren scheuren	1	2	3	4	5	6
aantal snippers	2	4	8	16	32	64

b *
c *
d *

bladzijde 32

30 a 343
b zeven tot de derde
c 7 is grondtal, 3 is exponent

31 a 32
b 216
c 125
d 512
e 100 000
f 64
g 1
h 0
i 1
j 0

32 a 625
b 16
c 1000

33 a 3^2 is groter
b 2^{10} is groter
c even groot
d 5^1 is groter

34 a 2^3
b 9^2
c 5^3
d 4^3
e 2^6
f 8^2
g 10^3
h 3^3
i 13^2
j 1^7
k 2^5
l 7^2

bladzijde 33

35 a 40
b 250
c −117
d 83
e 136
f 139
g 7
h 121
i −24
j 4
k 5
l −19

36 a 16 en −16
b 16

bladzijde 34

37 a 16
b 16
c −16
d 25
e 25
f −25
g 27
h −27
i −27
j 1
k 1
l −1

38 a $(-4)^6 =$ pos.
$(-0{,}3)^9 =$ neg.
$(-11)^{19} =$ neg.
$7^{10} =$ pos.
$(-5)^7 =$ neg.
$(-1)^{10} =$ pos.
$(-1{,}5)^{12} =$ pos.
$(-12)^{15} =$ neg.
b De macht van een positief getal heeft een positieve uitkomst.
De even macht van een negatief getal heeft een positieve uitkomst.
de oneven macht van een negatief getal heeft een negatieve uitkomst.
c Dan moet het grondtal tussen haakjes staan
-7^4 is $-1 \cdot 7^4 = -1 \cdot$ positief getal $=$ negatief.

39 a 256
b 256
c 2 of −2
d Bij een even macht zal de uitkomst altijd positief zijn.

bladzijde 35

40 a 21
b 81
c −11
d 64

41 a 32
b 2
c 0

42 a −22
b 14
c 10

43 a 2
b −5,5
c −5,5